



服务热线：4000-555-100

责任编辑：刘智娜
封面设计：唐思羽

高考总复习单元测评卷

命题新趋势 高考新题型

分层滚动卷

FEN CENG GUN DONG JUAN 主编：肖德好

Mathematics
数学



绿色印刷产品



ISBN 978-7-5131-1206-2 06 >

9 787513 112062

定价：73.80元

印刷质检码20254380

开明出版社

CONTENTS

目录

【分层滚动卷】

单元测评卷(一)A 基础巩固卷 [考查范围: 预备知识]	卷 01
单元测评卷(一)B 能力提升卷 [考查范围: 预备知识]	卷 03
单元测评卷(二)A 基础巩固卷 [考查范围: 函数]	卷 05
单元测评卷(二)B 能力提升卷 [考查范围: 函数]	卷 07
单元测评卷(三)A 基础巩固卷 [考查范围: 一元函数的导数及其应用]	卷 09
单元测评卷(三)B 能力提升卷 [考查范围: 一元函数的导数及其应用]	卷 11
阶段滚动卷(一) [考查范围: 第一~三单元]	卷 13
单元测评卷(四)A 基础巩固卷 [考查范围: 三角函数、解三角形]	卷 15
单元测评卷(四)B 能力提升卷 [考查范围: 三角函数、解三角形]	卷 17
单元测评卷(五)A 基础巩固卷 [考查范围: 平面向量与复数]	卷 19
单元测评卷(五)B 能力提升卷 [考查范围: 平面向量与复数]	卷 21
单元测评卷(六)A 基础巩固卷 [考查范围: 数列]	卷 23
单元测评卷(六)B 能力提升卷 [考查范围: 数列]	卷 25
阶段滚动卷(二) [考查范围: 第一~六单元]	卷 27
单元测评卷(七)A 基础巩固卷 [考查范围: 立体几何]	卷 29
单元测评卷(七)B 能力提升卷 [考查范围: 立体几何]	卷 31
单元测评卷(八)A 基础巩固卷 [考查范围: 解析几何]	卷 33
单元测评卷(八)B 能力提升卷 [考查范围: 解析几何]	卷 35
阶段滚动卷(三) [考查范围: 第一~八单元]	卷 37
阶段滚动卷(四) [考查范围: 第一~八单元]	卷 39
单元测评卷(九) [考查范围: 统计]	卷 41
单元测评卷(十) [考查范围: 计数原理、概率、随机变量及其分布]	卷 45
综合测评卷(一) [考查范围: 全部单元]	卷 47
综合测评卷(二) [考查范围: 全部单元]	卷 49
参考答案	卷 51

【真题分类精练】

另附分册

考点 1 集合	练 001	考点 22 空间几何体的结构特征、表面积与体积	练 039
考点 2 常用逻辑用语	练 002	考点 23 空间几何体与球	练 041
考点 3 不等式	练 003	考点 24 空间中的平行与垂直	练 042
考点 4 函数的概念及其表示	练 004	考点 25 空间角与空间距离	练 043
考点 5 函数的基本性质	练 005	题型 4 立体几何解答题专练	练 044
考点 6 幂函数、指数函数、对数函数	练 007	题型 5 折叠问题与探索性问题	练 048
考点 7 函数的图象、函数的零点及应用	练 009	考点 26 直线与圆	练 050
考点 8 函数与数学模型	练 011	考点 27 椭圆	练 052
考点 9 导数的概念及其几何意义	练 012	考点 28 双曲线	练 054
考点 10 导数的应用	练 013	考点 29 抛物线	练 055
题型 1 导数解答题专练	练 015	题型 6 圆锥曲线的综合问题(一) 求值与证明问题	练 056
考点 11 三角函数的概念、同角三角函数的基本关系式	练 019	题型 7 圆锥曲线的综合问题(二) 定点、定值问题	练 058
考点 12 三角恒等变换	练 020	题型 8 圆锥曲线的综合问题(三) 最值、范围问题	练 059
考点 13 三角函数的图象与性质	练 021	题型 9 圆锥曲线的综合问题(四) 探索性问题	练 060
考点 14 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$	练 022	考点 30 统计	练 061
考点 15 正余弦定理及其应用	练 023	考点 31 排列与组合	练 062
考点 16 平面向量的线性运算、平面向量基本定理	练 024	考点 32 二项式定理	练 063
考点 17 平面向量的数量积	练 025	考点 33 概率	练 064
考点 18 复数	练 026	考点 34 随机变量及其分布	练 065
题型 2 解三角形解答题专练	练 027	题型 10 统计与概率解答题专练	练 066
考点 19 等差数列	练 031	题型 11 创新题型	练 070
考点 20 等比数列	练 032		
考点 21 数列递推与数列综合问题	练 033		
题型 3 数列解答题专练	练 035		

单元测评卷(一)A

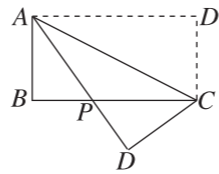
基础巩固卷

本试卷考查范围:预备知识.本试卷满分150分,考试时间120分钟.

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- [2024·北京海淀区一模] 已知全集 $U = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, 集合 $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 A. $(-2, -1)$ B. $[-2, -1]$
 C. $(-2, -1) \cup \{2\}$ D. $[-2, -1) \cup \{2\}$
- 已知 $p: \exists a > 0$, 方程 $x^2 + ax = 0$ 有实根, 则 $\neg p$ 为 ()
 A. $\forall a > 0$, 方程 $x^2 + ax \neq 0$ 有实根
 B. $\forall a > 0$, 方程 $x^2 + ax = 0$ 无实根
 C. $\forall a > 0$, 方程 $x^2 + ax = 0$ 有实根
 D. $\forall a \leq 0$, 方程 $x^2 + ax = 0$ 无实根
- [2025·新乡模拟] 已知集合 $M = \{x | (x-1)(x-11) \leq 0\}$, $N = \{x | y = \sqrt{5-x}\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 A. $[1, 5]$ B. $[1, 5)$
 C. $[5, 11]$ D. $(5, 11]$
- [2024·汕头一模] “ $a > \frac{1}{2}$ ”是“ $\frac{1}{a} < 2$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 已知 $1 < a - b \leq 2, 2 \leq a + b < 4$, 则 $4a - 2b$ 的取值范围是 ()
 A. $[5, 10]$ B. $(5, 10)$
 C. $[3, 12]$ D. $(3, 12)$
- 已知 $a > 0, b > 0$, 则使 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 4$ 成立的一个充分不必要条件是 ()
 A. $a^2 + b^2 = 1$ B. $a + b \geq 4ab$
 C. $a + b = 1$ D. $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq 8$
- [2025·山东聊城模拟] 若使不等式 $x^2 + (a-1)x - a \leq 0$ 成立的任意一个 x , 都满足不等式 $|3x+2| > 1$, 则实数 a 的取值范围为 ()
 A. $(-\infty, \frac{1}{3}]$ B. $(-\frac{1}{3}, +\infty)$
 C. $(-\infty, \frac{1}{3})$ D. $(\frac{1}{3}, +\infty)$

- [2025·吕梁模拟] 如图, 矩形 $ABCD$ ($AB < AD$) 的周长为 8 cm, 把 $\triangle ACD$ 沿 AC 向 $\triangle ABC$ 折叠, AD 折过去后交 BC 于点 P , 记 $\triangle ABP$ 的周长为 l cm, 面积为 S cm^2 , 则 $\frac{S}{l}$ 的最大值为 ()



- $3 - 2\sqrt{2}$ B. $3 + 2\sqrt{2}$
 - $6 + 4\sqrt{2}$ D. $6 - 4\sqrt{2}$
- 二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.
- 已知 $c < 0 < b < a$, 则 ()
 A. $ac < bc$ B. $b^3 + c^3 < a^3$
 C. $\frac{a+c}{b+c} > \frac{a}{b}$ D. $\frac{1}{\sqrt{a}} < \frac{1}{\sqrt{b}}$
 - 设 U 为全集, 集合 A, B, C 满足条件 $A \cup B = A \cup C$, 那么下列各式中不一定成立的是 ()
 A. $B \subseteq A$
 B. $C \subseteq A$
 C. $A \cap (\complement_U B) = A \cap (\complement_U C)$
 D. $(\complement_U A) \cap B = (\complement_U A) \cap C$
 - 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 的解集为 $\{x | -3 \leq x \leq 4\}$, 则下列说法正确的是 ()
 A. $a < 0$
 B. 不等式 $cx^2 - bx + a < 0$ 的解集为 $\{x | -\frac{1}{4} < x < \frac{1}{3}\}$
 C. $a + b + c < 0$
 D. $\frac{2}{3b+4} + \frac{c}{2}$ 的最小值为 -4
- 三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.
- 设集合 $M = \{2, -2, -1\}$, $N = \{x | |x-a| < 1\}$, 若 $M \cap N$ 的真子集的个数是 1, 则正实数 a 的取值范围为_____.
 - [2024·东三省三校联考] 若“ $\forall x \in [1, 3], a \leq 2^x + 2^{-x}$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围是_____.
 - 已知正数 x, y 满足 $x + y = 6$, 若不等式 $a \leq \frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y+2}$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

请将正确答案填入下表:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								
题号	9			10			11	
答案								
题号	12			13			14	
答案								

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

- (13分) 已知 $m > 0$, 集合 $A = \{x | x^2 + x - 2 > 0\}$, 集合 $B = \{x | |x - 2| < m\}$.
 (1) 当 $m = 3$ 时, 求 A 和 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B)$;
 (2) 若 $x \in B$ 是 $x \in A$ 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.



16. (15分)(1)若关于 x 的不等式 $ax^2+bx-12>0$ 的解集为 $\{x|3<x<4\}$, 解关于 x 的不等式 $(a+b)x^2+(b-12)x-a<0$;
(2)解关于 x 的不等式 $mx^2+(1-m)x-1<0$.

18. (17分)已知函数 $f(x)=\lg(x^2+ax+b)$ 的定义域为集合 A , 集合 $B=\{x|x^2-3mx+2m^2-m-1<0\}$, $U=\mathbf{R}$, 且 $(\complement_U A)\cap B=B$, $(\complement_U A)\cup B=\{x|-2\leq x\leq 5\}$.

- (1)试确定 a, b 的值;
- (2)求实数 m 的取值范围.

19. (17分)已知关于 x 的不等式 $kx^2-2kx-k+1>0$ 的解集为 M .

- (1)若 $M=\mathbf{R}$, 求实数 k 的取值范围.
- (2)若 $M=\{x|x<a \text{ 或 } x>b\}$, 且 $a<0, b>0$, 求实数 k 的取值范围.
- (3)李华说集合 M 中可能仅有一个整数, 试判断李华的说法是否正确? 并说明你的理由.

17. (15分)解答下列各题.

- (1)若 $x>3$, 求 $x+\frac{4}{x-3}$ 的最小值.
- (2)若正数 x, y 满足 $9x+y=xy$.
 - ①求 xy 的最小值;
 - ②求 $2x+3y$ 的最小值.

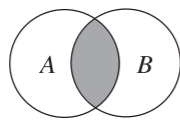
单元测评卷(一)B

能力提升卷

本试卷考查范围:预备知识.本试卷满分150分,考试时间120分钟.

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | \sqrt{x} \leq 1\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2, 4\}$, 则图中阴影部分表示的集合为 ()



- A. $\{1\}$ B. $\{-1, 1\}$
C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$

2. [2024·郑州一模] 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | y = \ln(x+1)\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, 则 $\{x | x < 2\} =$ ()

- A. $(\complement_U A) \cup B$ B. $(\complement_U B) \cap A$
C. $\complement_U (A \cup B)$ D. $\complement_U (A \cap B)$

3. 若“ $\exists x \in \mathbf{R}, ax^2 - 3ax + 9 \leq 0$ ”是假命题, 则 a 的取值范围为 ()
A. $[0, 4]$ B. $[0, 4)$
C. $(0, 4)$ D. $[4, +\infty)$

4. [2024·齐齐哈尔模拟] 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, m, t, p, s 均为正整数, 设甲: $a_m a_t = a_p a_s$; 乙: $m+t = p+s$, 则 ()

- A. 甲是乙的充分不必要条件
B. 甲是乙的必要不充分条件
C. 甲是乙的充要条件
D. 甲是乙的既不充分也不必要条件

5. 已知 $a > b > 1$, 下列不等式一定成立的是 ()

- A. $a + \frac{1}{a} < b + \frac{1}{b}$
B. $\frac{|c|}{a} < \frac{|c|}{b}$
C. $ab + 1 > a + b$
D. $\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$

6. [2024·浙江五校联考] 已知实数 x, y 满足 $x > 3$, 且 $xy + 2x - 3y = 12$, 则 $x+y$ 的最小值为 ()

- A. $1+2\sqrt{6}$ B. 8
C. $6\sqrt{2}$ D. $1+2\sqrt{3}$

7. 关于 x 的不等式 $(ax-1)^2 < x^2$ 恰有2个整数解, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $-\frac{3}{2} < a < -1$ 或 $1 < a < \frac{3}{2}$
B. $-\frac{3}{2} < a \leq -\frac{4}{3}$ 或 $\frac{4}{3} \leq a < \frac{3}{2}$
C. $-\frac{3}{2} < a \leq -1$ 或 $1 \leq a < \frac{3}{2}$
D. $-\frac{3}{2} < a < -\frac{4}{3}$ 或 $\frac{4}{3} < a < \frac{3}{2}$

8. 给定数集 M , 若对于任意 $a, b \in M$, 都有 $a+b \in M$, 且 $a-b \in M$, 则称集合 M 为闭集合, 则下列说法中正确的是 ()

- A. 集合 $M = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ 为闭集合
B. 正整数集是闭集合
C. 集合 $M = \{n | n = 3k, k \in \mathbf{Z}\}$ 为闭集合
D. 若集合 A_1, A_2 为闭集合, 则 $A_1 \cup A_2$ 为闭集合

二、选择题: 本题共3小题, 每小题6分, 共18分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得6分, 部分选对的得部分分, 有选错的得0分.

9. 下列说法正确的有 ()

- A. “ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 = 0$ ”是真命题
B. “若 $x > 0$, 则 $x^2 > 0$ ”是真命题
C. “ $a > 2$ ”是“ $a > 5$ ”的必要不充分条件
D. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a+b > 8$ ”是“ $a > 4$ 且 $b > 4$ ”的充分不必要条件

10. [2025·安徽皖豫名校联盟联考] 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $2a+b=4$, 则 ()

- A. $ab \leq 1$ B. $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq 2$
C. $\sqrt{2a} + \sqrt{b} \leq 2\sqrt{2}$ D. $\frac{b^2}{a} + 4a \geq 12$

11. “对任意的 $m \in [-1, 1]$, 总存在唯一的 $x \in [0, 3]$, 使得 $x^2 - 2x - am - 1 = 0$ ”为真命题的充分不必要条件可以是 ()

- A. $-2 \leq a \leq 2$ B. $a = 0$
C. $0 < a < 1$ D. $-1 < a < 1$

三、填空题: 本题共3小题, 每小题5分, 共15分.

12. [2025·湖南名校联考] 已知 $x > 1, y > 0$, 且 $x + \frac{2}{y} = 2$, 则 $\frac{1}{x-1} + y$ 的最小值是_____.

13. [2025·宁德模拟] 已知 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 例如 $[2.1] = 2$, $[-1.3] = -2$, $[0] = 0$. 若 $A = \{y | y = x - [x]\}$, $B = \{y | 0 \leq y \leq m\}$, $y \in A$ 是 $y \in B$ 的充分不必要条件, 则 m 的取值范围是_____.

14. 定义 $\max\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 表示 a_1, a_2, \dots, a_n 中的最大值. 设 $0 < m < n < p < 2$, 已知 $n \geq 3m$ 或 $m + 2n \leq 3$, 则 $\max\{n-m, p-n, 2-p\}$ 的最小值为_____.

请将正确答案填入下表:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								
题号	9		10		11			
答案								
题号	12		13		14			
答案								

四、解答题: 本题共5小题, 共77分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分)[2025·郑州模拟] 已知集合 $A = \{x^2, 2x-1, -4\}$, $B = \{x-5, 1-x, 9\}$, $A \cap B = \{9\}$.

- (1) 求集合 A, B ;
(2) 定义集合 A, B 的一种运算 $A * B = \{x | x = x_1 + x_2, \text{ 其中 } x_1 \in A, x_2 \in B\}$, 求 $A * B$.



16. (15分) 已知 $x > 0, y > 0, x + y - 2 = a(xy - 3)$.

(1) 当 $a = 0$ 时, 求 xy 的最大值;

(2) 当 $a = 1$ 时, 求:

① $x + 2y$ 的最小值;

② $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-1}$ 的最小值.

17. (15分) 关于 x 的不等式 $(x+b)(ax+5) > 0$ 的解集为 $\{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$.

(1) 求关于 x 的不等式 $x^2 + bx - 2a < 0$ 的解集;

(2) 求关于 x 的不等式 $\frac{x-1}{ax-b} > 1$ 的解集.

18. (17分) [2025·吉林东北师大附中模拟] 李聪毕业后帮助某地打造“生态果园特色基地”, 他决定为该地改良某种水果树, 增加产量, 提高收入. 已知此水果树的单株产量为 W (单位: 千克), 投入的成本为 $30x$ (单位: 元). 调研过程中发现: W 与 x 之间满足关系式 $W(x) =$

$$\begin{cases} 3x^2 + \frac{34}{3}, & 0 \leq x \leq 2, \\ \frac{32x}{x+1} + x, & 2 < x \leq 5, \end{cases}$$

这种水果的市场售价为 10 元/千克, 且供不应求,

水果树单株获得的利润为 $f(x)$ (单位: 元).

(1) 求 $f(x)$ 的解析式.

(2) 当投入成本为多少时, 该水果树单株获得的利润最大? 最大利润是多少?

19. (17分) 正整数集 $A = \{m+1, m+2, m+3, \dots, m+3n\}$, 其中 $m \in \mathbf{N}, n \in \mathbf{N}^*$. 将集合 A 拆分成 n 个三元子集, 这 n 个集合两两没有公共元素. 若存在一种拆法, 使得每个三元子集中都有一个数等于其他两数之和, 则称集合 A 是“三元可拆集”.

(1) 若 $m=1, n=3$, 判断集合 A 是否为“三元可拆集”, 若是, 请给出一种拆法; 若不是, 请说明理由.

(2) 若 $m=0, n=6$, 证明: 集合 A 不是“三元可拆集”.

(3) 若 $n=16$, 是否存在 m 使得集合 A 是“三元可拆集”? 若存在, 请求出 m 的最大值并给出一种拆法; 若不存在, 请说明理由.

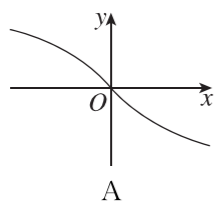
阶段滚动卷(一)

本试卷考查范围:第一~三单元.本试卷满分150分,考试时间120分钟.

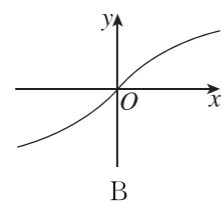
一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $A = \{x | x \leq 1\}$, $B = \{x | \ln x < 1\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B =$ ()
 A. $(0, 1)$ B. $(0, e)$
 C. $(1, e)$ D. $(e, +\infty)$
2. [2025·山东新泰一中二模] “ $m = -2$ 或 $m = 3$ ”是“幂函数 $f(x) = (m^2 - m - 5)x^{m^2 + m - 3}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 充要条件
 C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 已知 $a > b, c < d < 0$, 则 ()
 A. $a + c > b + d$ B. $a + c^2 > b + d^2$
 C. $ac > bd$ D. $ac^2 > bd^2$
4. 函数 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ 的图象在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为 ()
 A. $x - y = 0$ B. $x + y - 2 = 0$
 C. $x + y - 4 = 0$ D. $x - y + 2 = 0$
5. 已知 $5^a = 2, b = \log_2 3, c = \frac{1}{2} \log_5 9$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
 A. $a < b < c$ B. $a < c < b$
 C. $b < a < c$ D. $c < b < a$

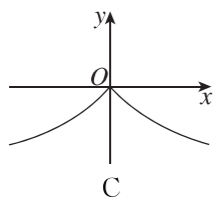
6. 已知符号函数 $\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$ 则函数 $f(x) = \operatorname{sgn}(x) \cdot \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 的图象大致为 ()



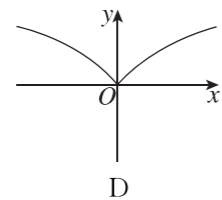
A



B



C



D

7. 已知函数 $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 4ax + a^2 \ln x$ 在 $x = 1$ 处取得极大值, 则参数 a 的值为 ()

- A. 1 B. 3
 C. 1 或 3 D. 2 或 3

8. [2025·武汉华中师大一附中模拟] 定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$, 且对任意实数 x 都有 $f(-x) - f(\frac{3}{2} + x) = 0, f(2024) = \frac{1}{e}$. 若 $f(x) +$

$f'(-x) > 0$, 则不等式 $f(x+1) > \frac{1}{e^x}$ 的解集是 ()

- A. $(3, +\infty)$ B. $(-\infty, 3)$
 C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, 1)$

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. [2025·衢州质检] 已知 $a > 0, b > 0$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $a + b = 1$, 则 $\log_2 a + \log_2 b \leq -2$
 B. 若 $a + b = 1$, 则 $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$
 C. 若 $a - b = 1$, 则 $2^a - \frac{1}{2^b} > 1$
 D. 若 $a - b = 1$, 则 $a^2 + b^2 > 1$

10. [2025·济南质检] 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数, 且 $f(x+1) + f(x+2) = -f(x)$, 则 ()

- A. $f(1) = 1$
 B. $f(x)$ 的一个周期是 3
 C. $f(x)$ 的图象的一个对称中心是 $(\frac{3}{2}, 0)$
 D. $f(10) + f(11) + f(12) = 0$

11. 设函数 $f(x) = x^3 - x + 3, g(x) = \frac{f(x)}{x} + 1, f(x)$ 的导数为 $f'(x)$, 则 ()

- A. $f'(-1) = 2$
 B. 当 $f'(x_0) = 2$ 时, $x_0 = -1$
 C. 曲线 $y = g(x)$ 在点 $(1, 4)$ 处的切线方程为 $x + y - 5 = 0$
 D. 当 $x > 0$ 时, $|g(-x)| < |g(x)|$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 若“ $\exists x \in \mathbf{R}, mx^2 + mx - 2 \geq 0$ ”为假命题, 则 m 的取值范围是 _____.

13. [2025·福建名校联盟联考] 已知函数 $f(x) = (x-a)^3 \ln \frac{x+b}{x}$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称, 则 $a + b =$ _____.

14. [2025·肇庆一模] 已知函数 $f(x) = (x+b-1)e^x + \frac{1}{2}ax^2 + abx - 1$ ($b > 0$) 在 \mathbf{R} 上单调递增, 则 $\frac{b\sqrt{e}}{a}$ 的最大值为 _____.

请将正确答案填入下表:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								
题号	9		10			11		
答案								
题号	12		13			14		
答案								

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分) 已知 $a \in \mathbf{R}, p: \exists x \in \{x | 1 < x < 2\}, (a-2)x - 1 > 0; q: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + ax + 4 > 0$.

(1) 写出 p 的否定, 并求当 p 的否定为真命题时, 实数 a 的取值范围;

(2) 若 p, q 中有且只有一个为真命题, 求实数 a 的取值范围.



16. (15分) 设函数 $f(x) = x^3 + bx + c$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$ 处的切线与 y 轴垂直.

(1) 求 b ;

(2) 若 $f(x)$ 有一个绝对值不大于 1 的零点, 证明: $f(x)$ 所有零点的绝对值都不大于 1.

17. (15分) 企业研发部原有 80 人, 年人均投入 a ($a > 0$) 万元, 为了优化内部结构, 现把研发部人员分为两类: 技术人员和研发人员, 其中技术人员有 x 名 ($x \in \mathbf{N}$ 且 $45 \leq x \leq 75$), 调整后, 技术人员的年人均投入为 $a(m - \frac{2x}{25})$ (其中 $m > 0$) 万元, 研发人员的年人均投入增加 $4x\%$.

(1) 要使调整后研发人员的年总投入不低于调整前的 80 人的年总投入, 则优化结构调整后的技术人员人数 x 的取值范围是多少?

(2) 若研发部新招聘 1 名员工, 原来的研发部人员调整策略不变, 且对任意一种研发部人员的分类方式, 需要同时满足下列两个条件: ① 技术人员的年人均投入始终不减少; ② 调整后研发人员的年总投入始终不低于调整后技术人员的年总投入. 请分析是否存在满足上述条件的正实数 m ? 若存在, 求出 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

18. (17分) 已知函数 $f(x) = ax - \ln x$, $x \in (0, e]$, $g(x) = \frac{\ln x}{x}$, 其中 e 是自然对数的底数, $a > 0$.

(1) 讨论当 $a = 1$ 时, 函数 $f(x)$ 的单调性和极值.

(2) 求证: 当 $a = 1$ 时, 对任意 $x_1 \in (0, e]$, $x_2 \in (0, +\infty)$, $f(x_1) > g(x_2) + \frac{1}{2}$.

(3) 是否存在正实数 a , 使 $f(x)$ 的最小值是 3? 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 请说明理由.

19. (17分) [2025 · 广东部分学校联考] 现定义: 若对于集合 M 满足对任意 $a, b \in M$, 都有 $\frac{a}{b} \in [2, 3]$, 则称 M 是可分比集合.

(1) 证明: $\{1, 4, 6, 7\}$ 是可分比集合.

(2) 设集合 A, B 均为可分比集合, 且 $A \cup B = \{1, 2, \dots, n\}$, 求正整数 n 的最大值.

(3) 探究是否存在正整数 k , 对于任意正整数 n , 均存在可分比集合 M_1, M_2, \dots, M_k , 使得 $M_1 \cup M_2 \cup \dots \cup M_k = \{1, 2, \dots, n\}$? 若存在, 求 k 的最小值; 若不存在, 说明理由.